

# CCD-reduktion og bestemmelse af feltkorrektioner

Christian B. Hededal      Steen E. Jørgensen

3. maj 1999

Bachelorprojekt:

# CCD-reduktion og bestemmelse af feltkorrektioner

Udført af

Christian B. Hededal

og

Steen E. Jørgensen

Vi erklærer hermed, at vi har delt arbejdet ligeligt imellem os  
ved udarbejdelsen af denne rapport.

Vejleder: Ole H. Einicke

# Indhold

<b>Indledning</b>	<b>3</b>
Projektet omlægges . . . . .	3
Problemstilling . . . . .	3
<b>I Teori</b>	<b>5</b>
<b>1 Baggrund</b>	<b>5</b>
1.1 Om teleskoper . . . . .	5
1.2 Schmidt-teleskopet (på Brorfelde) . . . . .	6
1.3 CCDen . . . . .	6
1.4 SAOimage og IRAF . . . . .	7
<b>2 Grundlæggende CCD-reduktion</b>	<b>9</b>
2.1 Signal og støj . . . . .	9
2.2 Atmosfæriske korrektioner . . . . .	9
2.3 Bias . . . . .	10
2.3.1 Forstærkerbias og læsestøj . . . . .	10
2.3.2 Korrektioner . . . . .	10
2.3.3 Elektronisk læsetidsbias - CCDens fingeraftryk . . . . .	11
2.3.4 Korrektioner . . . . .	11
2.4 Mørkestrøm . . . . .	11
2.4.1 Termiske excitationer . . . . .	11
2.4.2 Korrektioner . . . . .	11
2.5 Teleskopet og kameraets signatur . . . . .	11
2.5.1 Flatfields . . . . .	11
2.5.2 Korrektioner . . . . .	12
2.6 Proceduren ved CCD-reduktion . . . . .	12
<b>3 Fotometri</b>	<b>14</b>
<b>4 Feltkorrektioner</b>	<b>16</b>
4.1 Ligningssystemer . . . . .	16
4.1.1 Første skridt: Fra himmel til plade - og tilbage igen . . . . .	16
4.1.2 Sidste skridt: Pladeligningerne . . . . .	18
4.2 Løsningsmetoder . . . . .	19
4.2.1 De mindste kvadraters metode . . . . .	19
4.2.2 IRAF-jobbet <code>images.imcoords.ccmmap</code> . . . . .	20

<b>II</b>	<b>Praksis</b>	<b>21</b>
<b>5</b>	<b>Reduktionen</b>	<b>21</b>
5.1	Valg af felt og indsamling af data . . . . .	21
5.2	Fremgangsmåde - skridt for skridt . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Løsninger</b>	<b>23</b>
6.1	Løsning ved hjælp af pascal-program . . . . .	23
6.2	Løsning ved hjælp af IRAF . . . . .	23
6.2.1	IRAFs polynomiumsløsning . . . . .	24
<b>7</b>	<b>Konklusion</b>	<b>25</b>
	<b>Efterskrift: Det nye kamera</b>	<b>26</b>
<b>A</b>	<b>Resultater fra pascal-programmet</b>	<b>28</b>
<b>B</b>	<b>Resultater fra IRAF</b>	<b>29</b>
	<b>Litteratur</b>	<b>30</b>

# Indledning

## Projektet omlægges - igen

Til at begynde med var det vores hensigt at skrive om banebevægelser i solsystemet. For at konkretisere dette ville vi, ved hjælp af Schmidt-teleskopet på Brorfelde, tage billeder af nogle forskellige asteroider og småplaneter, og så prøve at bestemme deres efemerider. Desværre var CCD-kameraet på Schmidt-teleskopet netop nedtaget, da det skulle udskiftes med et nyt og bedre.

Vores vejleder foreslog nu, at vi omlagde projektet, så vi i stedet skulle skrive om kalibrering af CCD-kameraer og bestemmelse af feltkorrektioner, samt undersøge CCD-kameraers potentiale som astrometrisk instrument. Projektet lå på et meget heldigt tidspunkt, da dette gav os en chance for at være med, gennem hele processen, til at installere og kalibrere det nye CCD-kamera.

Vi blev altså enige om at skrive om reduktion af CCD-billeder og bestemmelse af feltkorrektioner, og samtidig følge med i udviklingen af det nye kamera. Dette har givet os en chance for at opleve nogle af de problemer, der kan opstå ved fremstilling og udvikling af nyt udstyr. Desuden mener vi, at det er væsentligt også at have indblik i de mere tekniske aspekter af astronomien.

## Problemstilling

CCD-detektoren har efterhånden afløst de gamle fotografiske plader overalt i den professionelle, astronomiske verden. Men selvom CCD-detektoren på mange måder er de fotografiske plader overlegne, er der stadig mange grundlæggende problemer forbundet med at tage et billede af stjernehimlen - i hvert fald hvis det skal bruges til videnskabeligt arbejde, og ikke bare se kønt ud.

For f.eks. at kunne anvende et CCD-kamera til astrometri, er det nødvendigt at kende sammenhængen mellem en stjernes position på pladen (i pixels) og stjernens rigtige position på stjernehimlen (rektascension og deklination). Ligeledes er det til fotometriske undersøgelser nødvendigt at kende sammenhængen imellem det antal fotoner CCDen har integreret for en given stjerne, og stjernens tilsyneladende størrelsesklasse set fra Jorden. Det er endvidere godt at kende CCDens følsomhed overfor lys af forskellige bølgelængder. Alle disse grundlæggende egenskaber skal bestemmes for den enkelte CCD, før den kan tages i brug.

Vi har valgt at fokusere på bestemmelsen af de astrometriske feltkorrektioner. Disse ligger til grund for den præcision, der er påkrævet ved nøjagtigt, astrometrisk arbejde, f.eks. udarbejdelsen af et stjernekatolog. Med dette som overordnet mål vil vi samtidig foretage en vurdering af det nye IRAF-job `ccmap` ved sammenligning med en simpel pascal-løsning.

Vi har desværre ikke selv kunnet tage billeder med kameraet, men har måttet ty til gamle optagelser. Dette har givet os et lidt begrænset materiale at arbejde med. Som følge af dette er de bestemmelser, vi har foretaget, naturligvis behæftet med nogle usikkerheder. Derfor har vi valgt at sætte fokus på *metoden*, og vægte det kvalitative

stof højt i denne rapport; under vores arbejde har vi lært en masse ny terminologi, og det vil vi gerne forsøge at viderebringe.

Vi har valgt at inddele vores projektrapport i to dele: Del I, som omhandler teorien bag det hele, og Del II, hvor vi gennemgår det arbejde, vi har foretaget igennem projektet. Til sidst har vi skrevet lidt om arbejdet med det nye kamera.

Som opfølgning på vores bachelorprojekt kunne det være spændende at følge kalibreringen af det nye CCD-kamera til Schmidt-teleskopet på Brorfelde-observatoriet. Der skal foretages nøjagtige astro- og fotometriske undersøgelser, da det er tanken at teleskopet skal bruges til kortlægning af stjernehimlen: I samarbejde med meridiankredsen på La Palma skal Schmidt-teleskopet registrere positioner for stjerner helt ned til 16. størrelsesklasse, og dette skulle gerne danne grundlag for et helt nyt katalog.

Vi vil gerne sige tak til vores vejleder Ole Einicke, som har været meget hjælpsom og fleksibel under projektførelsen. Desuden vil vi gerne sige tak til Karl Augustesen, Anton Norup Sørensen og Preben Nørregaard for at lade os være med under det spændende arbejde med det nye CCD-kamera.

**Del I**  
**Teori**

# Kapitel 1

## Baggrund

### 1.1 Om teleskoper

Der findes grundlæggende to forskellige slags teleskoper: refraktorer og reflektorer. Refraktoren samler lyset fra det betragtede objekt ved hjælp af linser, og var den første type teleskop, der blev opfundet. Det var med en simpel refraktor Galilei opdagede Jupiters måner. Men refraktoren har mange ulemper. Først og fremmest skal lyset jo bevæge sig igennem linseglasset, hvilket stiller store krav til glassets kvalitet og forarbejdning; det kan ikke undgås, at en del af lyset går tabt. Dernæst opstår *kromatisk abberation* - en forvrængning af billedet forårsaget af, at de forskellige bølgelængder af det refrakterede lys afbøjes forskelligt. Til sidst er der også en fysisk grænse for hvor stort et refraktorteleskop man kan bygge, idet meget store glaslinser er meget tunge, og deformeres under deres egen vægt, igen med forvrængninger af billedet til følge.

Men der skulle ikke gå længe, før Newton opfandt et nyt teleskop, som eliminerede mange af problemerne med refraktorerne. I reflektorteleskopet udnytter man, at et konkavt spejl kan samle lys, ligesom en konveks linse kan. Men da lyset blot skal reflekteres i en spejlende overflade, stiller denne konstruktion ikke nær så restriktive krav til materialets kvalitet og forarbejdning; det er nok, at *overfladen* er tilpas glat. Desuden kan et spejl understøttes på undersiden, og man vil derfor i langt højere grad kunne undgå deformationer pga. vægt og dermed forvrængninger af billedet, selv ved brug af store, tunge spejle. Ydermere har en reflektor ikke kromatisk abberation, idet et spejl jo reflekterer lys af alle bølgelængder med samme vinkel.

Men selv reflektorteleskoper har ulemper. For at samle indkommende parallelle strålebundter i et veldefineret fokus skal spejlet være parabolisk i udformning. Det paraboliske spejl giver imidlertid anledning til en ny type forvrængning kaldet *coma*. Coma viser sig som langstrakte, dråbeformede stjerner i udkanten af billedet. Derfor udformer man i stedet oftest primærspejlet som et sfærisk spejl, da et sfærisk spejl er fri for coma. Til gengæld opstår så *sfærisk abberation* som skyldes, at et sfærisk spejl ikke har noget veldefineret fokus. Desuden har vi jo nu et problem med at få billedet ud af teleskopet, nu hvor vi har reflekteret lyset op mod stjernerne igen. Newton løste selv dette problem ved at anbringe et lille spejl, sekundærspejlet, vinklet  $45^\circ$  i forhold til primærspejlet, bore et lille hul i siden af teleskopet, og så tage billedet ud dér. Dette arrangement kaldes i dag et Newton-fokus. I en anden konstruktion anbringer man sekundærspejlet, så det reflekterer billedet ned imod primærspejlet igen, borer et lille hul *i primærspejlet*, så billedet kan tages ud i enden af teleskopet. Så hedder det et Cassegrain-fokus. Hvis man ikke selv vil kigge på billedet, men i stedet bruger en detektor - fotografisk plade eller CCD-chip - kan man selvfølgelig bare anbringe den i det primære fokus inde i teleskopet.

Hvad så med den sfæriske abberation? Den kan faktisk så godt som elimineres ved at placere en meget tynd korrektionslinse allerforrest i teleskopet. Denne linse er så tilpas tynd, at kromatisk abberation, deformation og absorption ikke er problematiske.

En sådan type teleskop kaldes et Schmidt-teleskop, efter den estiske astronom Bernhard Schmidt, som opfandt korrektionslinser. Schmidt-teleskoper er meget anvendelige, da de giver mulighed for meget store felter (op til  $7^\circ \times 7^\circ$ ) hvor alle stjerner i feltet tilnærmelsesvis er i fokus.

## 1.2 Schmidt-teleskopet (på Brorfelde)

Schmidt-teleskopet på observatoriet i Brorfelde er fra 1966. Til at begynde med anvendte man naturligvis fotografiske plader. For at undgå den forvrængning, som det let krumme billedplan ville give anledning til, valgte man at *bøje* de fotografiske plader, så de var i fokus over hele pladen. Men da de fotografiske plader blev afløst af en CCD-detektor i 1992 kunne man jo ikke lige bøje CCDen! Dette problem kan løses ved at placere en lille korrektionslinse foran CCDen, men det har man altså valgt ikke at gøre på dette Schmidt-teleskop. Billedet er derfor ikke i fokus over hele pladen, men CCDen er jo også meget mindre end de fotografiske plader, og vil aldrig kunne dække et område på  $7^\circ \times 7^\circ$ . Den første CCD på Schmidt-teleskopet i Brorfelde havde  $1024 \times 1024$  pixels og dækkede et område på ca.  $27' \times 27'$ . Det felt, som vi har valgt at arbejde med, er optaget med denne CCD, og har derfor denne størrelse. Den nye CCD har  $2048 \times 2048$  pixels, og kommer vistnok til at dække et område på  $36' \times 36'$ . Det vil således give 2,25 gange så mange pixels pr. kvadratbueminut.

## 1.3 CCDen

CCD står for *charge-coupled device*, og er et af de kraftigste redskaber, som halvleder-teknologien har bidraget med til astronomien. En CCD består af en masse små celler, som hver især består af tre lag: en elektrode, et isolerende lag af et metaloxid, og p-stof. P-stof er et halvledermateriale, typisk silicium, forurennet med aluminium eller gallium. Dette materiale har den egenskab, at det kan holde rigtig godt fast i elektroner, og vil først afgive dem, når der påtrykkes et væsentligt spændingsfald. Cellerne sidder i et todimensionalt *array*. I praksis udformes CCDen med et stort p-lag, et stort oxidlag, og så alle elektroderne ovenpå. I det, der kaldes en tre-fase-CCD, er elektroderne indbyrdes forbundet, på følgende måde: Hvis man nummererer elektroderne fra den ene ende 1, 2, 3 osv. står elektrode nr. 1, 4, 7 osv. i elektrisk forbindelse med hinanden; det samme gør elektroderne 2, 5, 8 osv. og 3, 6, 9 osv. Med denne konstruktion er det altid muligt uafhængigt at styre spændingsfaldet over en celle og dens to naboceller.

Før en optagelse påtrykkes et lille spændingsfald - f.eks. 2 V - imellem elektroderne og p-laget, således at p-laget holdes negativt. En indkommende foton vil, på grund af den fotoelektriske effekt, slå en elektron løs, som hurtigt vil vandre ned i p-laget på grund af spændingsforskellen. Opretholdelsen af et konstant spændingsfald gør, at mange elektroner kan akkumulere nede i p-laget. Mens kameraets lukker er åben, vokser antallet af elektroner i p-laget altså. Efter endt optagelse lukkes lukkeren igen, og CCDen skal udlæses. Det er udlæseteknikken, der har givet navn til CCDen.

Ved at kortslutte en af hjørne-cellerne, og måle strømmen, kan man bestemme, hvor mange elektroner der havde akkumuleret i p-laget. Når hjørne-pixlen er aflæst, aflæses den næste pixel i samme række, og sådan bliver man ved, indtil man har aflæst hele

rækken. Nu *flyttes* ladningerne fra cellerne i den næste række ind i kant-rækken. Dette gøres ved først at øge spændingsfaldet over den celle, man gerne vil aflæse, lad os kalde den 1, f.eks. til 10 V. Derefter øges også spændingsfaldet over den celle, man gerne vil flytte ladningen til - den kalder vi 2. De to cellers *depletion*-regioner rækker nu ind over hinanden, og elektronerne flyder nu rundt mellem de to celler. Ved langsomt at sænke spændingen over pixel 1, så den tilsidst når 2 V igen, har vi nu flyttet ladningen fra celle 1 til celle 2. Dette gør man så for alle cellerne i rækken, så man til sidst har flyttet hele rækken, som nu altså ligger på kanten af CCDen, og nu kan aflæses. Og sådan bliver man ved, indtil man har aflæst hele CCDen.

## 1.4 SAOimage og IRAF

SAOimage er et uundværligt program, når man beskæftiger sig med astronomiske optagelser. Det viser billeder, som ligger i \*.pix - formatet, i et vindue på skærmen. Udover denne grundlæggende funktion kan SAOimage også forstørre billeder, vise billeder med falske farver, invertere farver og regulere lysstyrke og kontrast. Men SAOimages anvendelighed kommer først for alvor til sin ret som et uundværligt værktøj, når det bruges sammen med IRAF.

IRAF er et meget effektivt og omfangsrigt billedbehandlingsprogram. Men i kraft af sine mange anvendelsesmuligheder kan det være lidt uoverskueligt. Det er bygget op af en masse pakker (*packages*) bestående af en masse job (*tasks*). Til ethvert job hører et sæt parametre. Inden et job tages i brug bør man sikre sig, at disse er sat korrekt. Dette gøres ved at taste '**e**par *jobnavn*'.

Vi vil her kort gennemgå de job, vi har anvendt, samt et par andre som bruges til fotometri. For en mere grundig gennemgang henvises, i det overordnede tilfælde, til en decideret IRAF-manual [3], og i de konkrete tilfælde til de hjælpefiler, som er knyttet til de enkelte IRAF-job. Disse vises ved kommandoen '**h**elp *jobnavn*'. Anvendeligheden af hjælpefilerne varierer dog meget fra job til job. F.eks. er hjælpefilen, der er knyttet til *imexamine*, rigtig god, mens *ccmap* er ringe dokumenteret.

`images.tv.imexamine` er det job, vi har brugt mest. Jobbet bruges til at analysere og udlede karakteristika for et billede. Det bruges ved at åbne et billede i SAOimage, pege et sted på billedet og anvende tastaturet til at kalde forskellige funktioner. Her er et par af de funktioner, vi har brugt:

**a** og **'** bruges til simpel cirkulær apertur-fotometri. Ved at placere cursoren på en stjerne og trykke a, fås et output bestående af: cursorens koordinater, fotometrisk radius, gennemsnitlig baggrund, radius af punktspredning, flux, peak m.m.

**j**, **k** giver et gaussisk fit af en stjerne langs henholdsvis kolonne og række.

**m** beregner statistiske oplysninger for en firkantet omegn af cursoren (størrelsen af boksen sættes selvfølgelig i parameterfilen). Således findes gennemsnit, median, standardafvigelse, minimum og maksimum af pixelværdierne inden for boxen.

**c, l** plotter henholdsvis kolonne- og række-pixelværdier. Kan også plotte et gennemsnit af flere kolonner eller rækker, hvis det er specificeret i parameterfilen.

**r** giver et radiale profil-plot.

`images.imutil.imarith` har vi brugt til at addere, subtrahere, multiplicere og dividere et billede med et andet billede eller med et tal.

`noao.imred.ccdred.combine` bruges til at kombinere to billeder (vha. gennemsnit eller median). For at fjerne kosmiske events forkastes den højeste værdi af hver pixel før midling. Vi har overvejet om dette ikke automatisk fører til en systematisk fejl, der udmønter sig i for lave pixelværdier i det resulterende billede. Man kunne kompensere for dette ved enten også at fjerne den laveste værdi, eller også ved at midle alle de forkastede værdier, og tage denne værdi med i midlingen som et ekstra billede. Man kunne selvfølgelig også lave et filter, der kun forkaster en pixelværdi, hvis den afviger væsentlig mere fra gennemsnittet en standardafvigelsen giver anledning til.

`dataio.rfits` konverterer billedfiler til IRAF-formatet og genskaber headerfilen.

`images.imcoords.ccmmap` kan finde løsninger til pladeligningerne. Oveni denne løsning kan `ccmap`, ud fra residuerne, bestemme et polynomium af  $n$ te orden, som kan forbedre resultatet yderligere. Dette kan godt vise sig at blive et rigtigt brugbart job ved det forestående katalogprojekt med den nye CCD.

`noao.digiphot.apphot.phot` udfører aperturfotometri på en liste af stjerner.

`noao.digiphot.apphot.daofind` finder selv positioner af stjerner på et billede, og skriver dem til en fil. Dette job kan blive ret vigtigt, når Schmidt-teleskopet skal stå og scanne himlen automatisk.

# Kapitel 2

## Grundlæggende CCD-reduktion

CCDen er i særdeleshed et fortræffeligt instrument. Dette skyldes dens store følsomhed, en kvanteeffektivitet på op til 80%, linearitet (til en vis grænse) og måske bedst af alt: dataopsamlingen konverteres umiddelbart efter udlæsning, således at resultatet foreligger i digitalt format. Men CCDen er, som så mange andre ting i denne verden, ikke perfekt. Tekniske begrænsninger giver, før og under udlæsningen, anledning til en del støj: bias, mørkestrøm, ikke-linearitet ved overeksponering, og så er sensitiviteten af CCDens pixels ikke uniform over chippen. Ydermere optræder kosmiske events, som CCDen, i modsætning til den fotografiske plade, er følsom overfor. Heldigvis kan der til dels korrigeres for mange af de fejlkilder, der er knyttet til CCDen. Til dette benyttes forskellige former for optagelser, nemlig *bias*-, *dark*-, og *flatfield*-optagelser. Bias-optagelser er en CCD-udlæsning med eksponeringstid 0 sekunder. Darkoptagelser er billeder taget med kameraets luge lukket ved forskellige eksponeringstider. Flatfield-optagelser er billeder af en uniform lysflade ved forskellige eksponeringstider og med forskellige filtre. Denne lysflade kan være kuplens inderside eller himlen lige efter, at solen er gået ned. Som regel foretrækkes det sidste, da kuplens inderside har en tendens til at have en intensitets-gradient hen over billedfeltet i kraft af dens krumning.

Herunder vil vi gennemgå de forskellige støj- og fejlkilder, samt hvordan der korrigeres for disse.

### 2.1 Signal og støj

Når man måler noget, om man så optager lyd med en mikrofon eller tager et billede med et kamera, bliver resultatet altid en blanding af det, man var på udkig efter - signalet - og det, man hellere havde været foruden - støj. En *god* måling er karakteriseret ved et højt *S/N-forhold* (signal-to-noise-ratio eller signal-støj-forhold).

### 2.2 Atmosfæriske korrektioner

Hvis vi havde benyttet Hubble-rumteleskopet kunne vi ignorere denne faktor, men i Brorfelde er der desværre en hel del atmosfære, som stjernelyset skal bevæge sig igennem, før det når frem til vores detektor. Og her er der mange faktorer, der spiller ind. Luftens temperatur, tryk, fugtighed og massetæthed samt turbulens (lufturo) skal tages i betragtning, da alle disse størrelser indvirker på såvel seeingen som lysets refraktion i atmosfæren. Den luftmængde, som lyset bevæger sig igennem, afhænger også af det udvalgte himmelområdes højde (elevation) på himlen - jo tættere på horisonten, des mere luft.

## 2.3 Bias

Der tales ofte om bias som et enkelt fænomen. Men faktisk er det summen af to forskellige fænomener. Det ene er forstærkerbias og den anden er elektronisk læsetidsbias.

### 2.3.1 Forstærkerbias og læsestøj

Det kræver en strøm at læse en ladning! Forstærkerbiasen er et offset, dvs. det elektroniske nulniveau som indikerer, at der er opfanget 0 fotoner. Det er tilført for at sikre, at *analog-to-digital-converteren* (ADCen) ikke opererer i starten af skalaen, hvor lineariteten kan være tvivlsom. Forstærkerbiasen på denne CCD er ca. 4000 *analog-to-digital-units* (ADU). Dette er ret højt; på nyere CCDere er det som regel højest 1000 ADU.

Enhver udlæsning af CCDen indeholder en læsestøj, produceret af forstærkeren (der er indbygget på chippen) før signalet bliver digitaliseret af ADCen. ADCen tilføjer også en lille støjfaktor (max.  $\pm 0,5$  ADU) i form af afrundingsfejl, da der konverteres til 16-bit heltalsværdi.

### 2.3.2 Korrektioner

Normalt fjernes dette offset ved brug af en ekstra region på dataframen, kaldet *overscan-regionen*. Denne regions pixelværdier midles og trækkes fra samtlige af data-optagelsens pixels, hvormed offsettet fjernes uden at forringe billedets S/N-forhold. Desværre eksisterer der ikke en sådan region på optagelserne fra Brorfelde. I stedet korrigeres der ved brug af bias-optagelser. Disse midles og trækkes fra dark-, flat- og scienceoptagelserne.

For at minimere støjen ved denne operation er det vigtigt at benytte sig af et gennemsnit af flere bias-optagelser. Hvis man befinder sig i regimet, hvor læsestøjen bliver den dominerende fejlkilde på ens observerede objekt, vil brug af en enkelt bias-optagelse øge støjen med en faktor  $\sqrt{2}$  ([12], s. 30). Benyttes et gennemsnit af  $N$  bias-optagelser reduceres dette tal med en faktor  $\sqrt{N}$ . På nyere CCDere vil læsestøjen normalt ikke dominere fejlkilden på det observerede objekt. I sådanne tilfælde benyttes cirka 10 optagelser. Men er det modsatte tilfældet, bør der bruges helt op til 25 optagelser ved reduktionen. Således bør antallet af bias-optagelser vurderes fra situation til situation.

I vores tilfælde er vi begrænset af, at alle vores billeder er taget på forhånd, og at vi derfor kun er i besiddelse af 6 bias-optagelser. Ved brug af tasken `imexamine` har vi fundet en standardafvigelse i vores bias-optagelser på ca. 4,7 ADU. I parametrene for `imexamine` har vi sat arealet til  $40 \times 40$  pixels, men det viser sig at standardafvigelsen ikke ændres synderligt for større eller mindre areal, når blot man holder sig fra områder med CCD-fejl, såsom hvide kolonner. Midler vi de seks optagelser, bør standardafvigelsen reduceres med en faktor  $\sqrt{6}$ , dvs. til 1,9 ADU, og det findes da også med `imexamine`. Hvis man undersøger vores science-optagelser findes en standardafvigelse for baggrunden på 7-10 ADU. Så det ser ud til, at de 6 bias-optagelser er nok. Men der er ingen tvivl om, at det ville være bedre at midle sine bias-optagelser og sætte alle pixels, som ligger under 1,9 ADU fra middelværdien, til en konstant, nemlig middelværdien. Denne førsteordens antagelse kan dog kun føres ud i livet, hvis der ikke forekommer globale eller lokale gradienter i intensiteten.

### 2.3.3 Elektronisk læsetidsbias - CCDens fingeraftryk

Denne støjkilde kan kaldes for CCDens fingeraftryk og opstår, fordi det tager tid at udlæse CCDen. Under udlæsningen dannes og svækkes nogle spændinger, og der kan dannes systematiske fejlstrukturer.

### 2.3.4 Korrektioner

Disse strukturer kalibreres væk når biasoptagelserne trækkes fra. For at øge signal-støjforholdet bør man, som nævnt ovenfor, tage gennemsnittet af mange bias-optagelser. Der bør således anvendes lige så mange billeder, som der skulle, da vi skulle korrigere for forstærkerbias.

## 2.4 Mørkestrøm

### 2.4.1 Termiske excitationer

Ideelt set vil *kun* indkommende fotoner kunne løfte en elektron fra valensbåndet op i ledningsbåndet i en given pixel. Men termiske vibrationer inde i pixelen kan give samme effekt. For ældre CCDere kan denne effekt give et ikke-negligibelt bidrag. Da den termiske vibration selvfølgelig er temperaturbestemt, er dette bidrag mindre på nyere (og koldere) CCDere, og kan derfor ignoreres. Men på den gamle chip i Schmidt-kameraet er man nødt til at korrigere for det.

### 2.4.2 Korrektioner

Til første orden kan der korrigeres ved, at de optagne mørke billeder skaleres til science-optagelsens eksponeringstid. Men desværre er mørkestrømmen ikke lineær i tiden. Derfor kan det være godt at have mørkeoptagelser med flere forskellige eksponeringstider, svarende til sandsynlige science-eksponeringstider. Der skal minimum bruges 3 darkoptagelser ved en given eksponeringstid, da man herved kan korrigere for kosmiske events. Dette gøres ved at bruge tasken `combine` med parameteren `combine = median`. Men som med bias-optagelserne er det nok bedst minimum at have en 5-10 stykker for ikke at sænke sit signal-støj-forhold. Dog er standardafvigelsen for vores darkoptagelser nede på ca. 0,02 ADU.

## 2.5 Teleskopet og kameraets signatur

### 2.5.1 Flatfields

Som tidligere nævnt er CCDens pixels følsomhed overfor indkommende fotoner ikke uniform. Der kan være tale om globale gradienter henover CCDen, men også om lokale "fingeraftryk" fra teleskopet og kameraet. Det kan være støv eller skidt på de dele af teleskopet, som lyset passerer, inden det rammer CCDen. Dette ses som mørke ringe på flat-billederne.

## 2.5.2 Korrektioner

Da ovennævnte variationer i sensitivitet er multiplikative, skal vi dividere alle optagelser med vores flatfields efter, at disse er blevet normaliserede. Normalisering sker ved, at hver pixelværdi divideres med den gennemsnitlige pixelværdi. Forinden skal man dog lige huske at fjerne bias og mørkestrøm, således at variationer i disse ikke tilskrives en multiplikativ natur. Det er vigtigt, at man tager flatfield-optagelser med samme optiske opstilling som ved science-optagelserne (ens filtre, da ikke-uniformiteten kan være frekvensafhængig). Her kan det diskuteres, om det er et problem, at aften- og morgenhimlen ikke er samme farve som stjernerne og stjernebaggrunden. Dette problem vokser, jo mere bredspektret ens filter er. Hvis man f.eks. laver en flatfield-optagelse af en blå himmel, vil den "blå ende" af filtrets spektrum belyse CCDen med højere intensitet end den "røde ende". Når man så dividerer sin science-optagelse med det normaliserede flatfield-billede, favoriserer man altså de røde stjerner frem for de blå; røde stjerner vil få en relativ højere størelsesklasse end de blå. Derfor burde flatfield-optagelser teoretisk set foretages med lys, hvor alle bølgelængder er repræsenteret ligeligt.

Viser det sig, at følsomheden af CCDens pixels er så frekvensafhængig at det bliver et problem, kan man i stedet for morgen- eller aftenoptagelser bruge tomme steder på stjernehimlen. Disse optagelser kaldes *blank sky exposures*. Dem skal man dog have en del af, da signal-støj-forholdet for disse er meget lavt! Vi har ikke haft sådanne optagelser til vores rådighed, og har derfor valgt at se bort fra denne effekt.

De bedste flats fås som sagt af himlen lige før solopgang eller lige efter solnedgang, hvor lyset stadig er meget kraftigt. Grunden til at vi ønsker flatfield-optagelser med kraftig belysning er, at disse før eller siden skal kombineres med vores science-optagelser; så for ikke at forringe signal-støj-forholdet på science-optagelsen er det essentielt at få et godt sæt flatfield-optagelser med masser af signal. Dog skal man lige passe på, at man ikke får så kraftig belysning, at man kommer ud over CCDens linearitetsområde. Eller endnu værre: hvis en pixel overbelyses, kan den blive mættet (*satureret*), og ledningsbåndet kan ikke længere holde fast på elektronerne. Disse vil så begynde at flyde ud i nabopixelerne; denne effekt kaldes *bleeding*. De flatfields vi havde til rådighed, var allerede blevet kombineret og normaliseret. Derfor ved vi ikke, hvor rent signalet har været på de enkelte optagelser, og dermed heller ikke hvor mange optagelser, der skal bruges for at reducere støjniveauet til et acceptabelt niveau. Men med en god kraftig belysning i ca. 100 sek. (ca. 10.000 elektroner pr. pixel) stoler vi på, at 5-10 optagelser pr. filter må være nok ([12], s.31). Det er bedst at lave et nyt sæt flatfield-optagelser hver dag.

## 2.6 Proceduren ved CCD-reduktion

Her vil vi kort opridse de trin, som reduktionen af en CCD-optagelse består af.

1. Det første, der skal ske, er, at alle biasoptagelserne midles med IRAF-jobbet `combine`. Output er `combined.bias`.
2. `combined.bias` subtraheres herefter fra alle optagelser (science, dark og flats) ved brug af IRAF-jobbet `imarith`.

3. Så kombineres darkoptagelserne og skaleres til science-optagelsernes eksponeringstid til `combined.biased.scaled.dark`, som trækkes fra science-optagelsen `raw.image`.
4. `combined.biased.scaled.dark` trækkes også fra flatfield-optagelser (tjek først at dark-optagelsen har samme eksponeringstid som flatfield-optagelsen).
5. Som næste skridt i processen normaliseres flatfield-optagelsen ved at finde middelværdien af samtlige pixelværdier på flatfield-optagelsen og dividere de enkelte pixelværdier på optagelsen med den fundne middelværdi. Herved fås `combined.bias.normalized.flatfield`.
6. Den reducerede science-optagelse fra punkt 3 divideres nu med den normaliserede flatfield-optagelse.

Således har vi nu udført alle de fornødne skridt i reduktionen. Fremgangsmåden kan altså opsummeres til følgende:

$$\text{reduced.image} = \frac{\text{raw.image} - \text{combined.bias} - \text{combined.bias.scaled.dark}}{\text{combined.bias.normalized.flatfield}} \quad (2.1)$$

En snu læser vil sikkert bemærke, at tælleren i (2.1) (`billede - bias - (dark - bias)`) jo kan reduceres til (`billede - dark`), men her skal man lige huske, at `dark` jo bliver skaleret til science-optagelsens eksponeringstid efter, at `bias` er trukket fra. Så det kan man altså ikke, med mindre dark- og scienceoptagelsen har samme eksponeringstid. Dette bør faktisk tilstræbes af to grunde: For det første er mørkestrømmen ikke en lineær funktion af eksponeringstiden, og for det andet kan vi, med elimination af de to bias-korrektioner i tælleren i (2.1), undgå unødigt forringelse af S/N-forholdet i det endelige reducerede billede.

Hele denne reduktion kan automatiseres ved at lave et *IRAF-script*, en slags macro. Da vi, i vores projekt, kun har skullet reducere et billede, har vi ikke fundet brug for et sådant, men det finder klart anvendelse, når processen skal automatiseres i det kommende projekt for den nye CCD.

# Kapitel 3

## Fotometri

Da vores fokus har ligget på en astrometrisk analyse af CCDen, har vi valgt at undlade at udføre en fotometrisk analyse af stjernerne i vores felt. Alligevel vil vi gennemgå lidt af teorien der ligger bag, da dette selvfølgelig skal indgå som en del af en kalibrering af den nye CCD.

Der findes to former for fotometri: relativ og absolut. Ved absolut fotometri placeres en lyskilde med kendt flux (energistrøm gennem areal pr. tid pr. frekvens-interval) i en kendt afstand fra teleskopet. Herefter refereres alle observerede stjerners størrelsesklasse til denne. Ved relativ fotometri måles fluxen af stjernen i forhold til referencestjerner med kendt magnitude. Vi vil beskæftige os med relativ fotometri. Efter at man har reduceret sin CCD-optagelse, består proceduren i grove træk af følgende trin: [13]

1. Find instrumentale magnituder for referencestjernerne (disse stjerner betegnes fremover som standardstjerner).
2. Beregn ud fra disse en transformationsfunktion fra instrumental- til standardmagnituder.
3. Find instrumentale magnituder for de stjerner, hvis standardmagnituder ønskes kendt (disse stjerner betegnes fremover som programstjerner).
4. Via den fundne transformationsfunktion oversættes programstjernernes instrumentale magnituder til standardmagnituder.

Processen foregår altså meget lig den astrometriske: Ud fra referencestjernernes målte og opgivende størrelsesklasser, i forskellige farveklasser, opstilles en række ligninger, som så løses ved at minimere residuer:

$$u = U + \textit{konstant} + \textit{farveled} \times (U - B) + \textit{extinction} \times \textit{luftmasse}$$

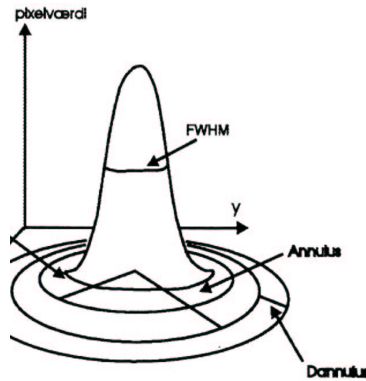
$$b = B + \textit{konstant} + \textit{farveled} \times (B - V) + \textit{extinction} \times \textit{luftmasse}$$

$$v = V + \textit{konstant} + \textit{farveled} \times (B - V) + \textit{extinction} \times \textit{luftmasse}$$

Som det ses her, er det også nødvendigt at beregne den luftmasse, lyset har passeret igennem. Dette kan gøres med IRAF ud fra elevationsvinkel og tryk.

Grundet lysets spredning i atmosfæren og i Schmidt-teleskopet integreres lyset fra en stjerne under eksponering ikke i en enkelt pixel. I stedet beskrives den af en punktspredningsfunktion (PSF) som, til første orden, kan beskrives som en Gauss-kurve. Den største del af den fotometriske proces består i at få integreret over hele denne spredning. Det, man ønsker er, at kunne lægge en ring om PSFen (i afstanden kaldet *apertur*) og summere alle værdierne af de pixels, der ligger indenfor. Udenom aperturet lægger man, i afstanden *annulus* en skive kaldet *dannulus*, hvor baggrundsniveauet måles. Dette niveau ønskes selvfølgelig trukket fra, så kun stjernens bidrag står tilbage. I

`imexam` er det også muligt at fitte baggrunden med et polynomium, således at der tages højde for gradienter i baggrunds niveauet (f.eks. vinger fra nabostjerner). Dette er især vigtigt til astrometri, da stjernens centrum ligger på toppen af Gausskurven. Apertur, annulus og dannulus ses indtegnet på figur 3.1.



Figur 3.1: Definitioner af apertur, annulus og dannulus.

Problemet er at bestemme apertur-størrelsen. En stjernes vinger rækker meget længere ud, end man tror. Godt nok aftager intensiteten af en Gauss-fordelt PSF hurtigt, men arealet vokser jo også hurtigt med radius. Philip Massey *et al.* [13] fandt faktisk, at for en stjerne med lille FWHM<sup>1</sup> (2.5-3) voksede den integrerede intensitet med 1-2% når man forøgede apertur fra 18 til 20 pixels. Dvs. at ønsker man at lave fotometri med præcision bedre en 1%, skal man op på en apertur-størrelse på op til 25 pixels. Dette er ret stort, hvis man har stjerner, der ligger tæt, og samtidigt er sandsynligheden for, at man har dårlige pixels i dette område, relativt stor. Vælges apertur for lille, risikerer man, ved stor seeing, at udelade meget af stjernens lys.

Det, man kan gøre, er, at finde et stort antal isolerede standardstjerner (stort, da man derved kan udskille stjerner i områder med dårlige pixels) og beregne magnituden for dem ved stor apertur (20-30 pixels) og for en række mindre aperturer (6, 8, 10, 12, 15). Disse sammenlignes, og man kan herved finde den nedre acceptable grænse for aperturstørrelsen.

---

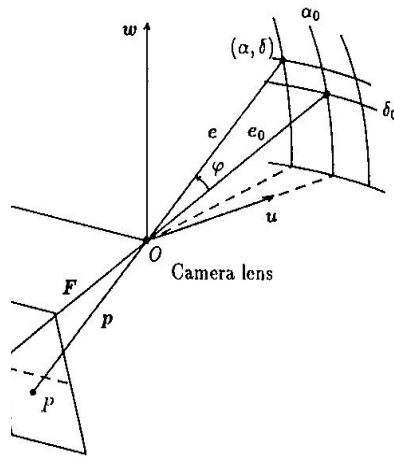
<sup>1</sup>Full Width at Half Maximum

# Kapitel 4

## Feltkorrektioner

### 4.1 Ligningssystemer

Det virker klart, at der eksisterer en fast relation mellem en stjernes position på himlen og dens position på CCDen (målt i enheder af brændvidden). I den udstrækning af præcision, der ønskes inden for astrometrien, optræder brændvidden som en ubekendt, da selve teleskopet kan stå og give sig. Samtidigt kan teleskopet ikke indstilles med uendelig stor præcision. Ydermere er CCDen ofte monteret med en vis rotation i alle tre dimensioner i forhold til det plan, fokalvektoren  $\bar{F}$  er normal til - se figur 4.1.



Figur 4.1: Himmel- og pladekoordinatsystemer

Det er fysisk set umuligt at opmåle alle disse faktorer, så korrektionen foregår ved hjælp af nogle referencestjerners kendte positioner på himlen, og deres målte positioner på CCDen.

#### 4.1.1 Første skridt: Fra himmel til plade - og tilbage igen

På figur 4.1 ses et ideelt kamera: En stjernes lys bringes fra himlen  $(\alpha, \delta)$  gennem et punkt  $O$  og ned på CCDen i punktet  $P$ . I koordinatsystemet  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  lægger vi enhedsvektoren  $\bar{e}_0$  fra origo langs kameraets sigtelinie - mod  $(\alpha_0, \delta_0)$  - og enhedsvektoren  $\bar{e}$  fra origo langs kameraets sigtelinie til stjernen - i  $(\alpha, \delta)$ . Ved simpel projektion ned i  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ -koordinatsystemet fås for enhedsvektorerne følgende komponenter:

$$\bar{e} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \bar{e}_0 = \begin{pmatrix} \cos \delta_0 \\ 0 \\ \sin \delta_0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Langs disse enhedsvektorer bliver fokalvektoren  $\bar{F}$  og positionsvektoren  $\bar{p}$  henholdsvis

$$\bar{F} = -F \cdot \bar{e}_0 \quad \text{og} \quad \bar{p} = -p \cdot \bar{e} \quad (4.2)$$

Vi definerer nu et koordinatsystem på CCDen med akserne  $\bar{e}_\xi$  og  $\bar{e}_\eta$  givet ved:

$$\bar{e}_\xi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \bar{e}_\eta = \begin{pmatrix} \sin \delta_0 \\ 0 \\ -\cos \delta_0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

I dette koordinatsystem kan positionsvektoren skrives som:

$$\bar{p} = \bar{F} + (F\xi)\bar{e}_\xi + (F\eta)\bar{e}_\eta$$

hvor  $\xi$  og  $\eta$  er koordinaterne for  $P$ , målt i enheder af brændvidden.  $\xi$  og  $\eta$  er bestemt af løsningerne til pladeligningerne, som vi skal se i næste afsnit. Bruges (4.2) i ovenstående ligning fås altså en relation mellem  $(\alpha, \delta)$  og  $(\xi, \eta)$ :

$$-p\bar{e} = -F\bar{e}_0 + (F\xi)\bar{e}_\xi + (F\eta)\bar{e}_\eta$$

Ved at udskrive enhedsvektorerne fra (4.1) og (4.3) i denne ligning, fås følgende tre ligninger:

$$p \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) = F \cos \delta_0 - F\eta \sin \delta_0 \quad (4.4a)$$

$$p \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) = -F\xi \quad (4.4b)$$

$$p \sin \delta = F \sin \delta_0 + F\eta \cos \delta_0 \quad (4.4c)$$

Dividerer vi (4.4b) med (4.4c) får vi:

$$\alpha = \alpha_0 - \arctan \left( \frac{\xi}{\cos \delta_0 - \eta \sin \delta_0} \right) \quad (4.5)$$

og indsætter vi længden af positionsvektoren

$$p = |\bar{p}| = \sqrt{F^2 + \xi^2 F^2 + \eta^2 F^2} = F \sqrt{1 + \xi^2 + \eta^2}$$

i (4.4c) har vi tilsvarende:

$$\delta = \arcsin \left( \frac{\sin \delta_0 + \eta \cos \delta_0}{\sqrt{1 + \xi^2 + \eta^2}} \right) \quad (4.6)$$

Således er vi kommet fra plade til himmel. Vi kan omvendt komme fra himmel til plade på følgende måde: Benytter vi formlen for vinklen,  $\varphi$ , mellem vektorene  $\bar{e}$  og  $\bar{e}_0$ ,

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{\bar{e}_0 \cdot \bar{e}}{|\bar{e}_0| \cdot |\bar{e}|} \\ &= \cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \sin \delta \end{aligned}$$

i relationen  $p = \frac{F}{\cos \varphi}$  fås:

$$p = \frac{F}{\cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \sin \delta} \quad (4.7)$$

Ved at indsætte 4.7 i ligning 4.4b fås:

$$\xi = -\frac{\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \sin \delta} \quad (4.8)$$

og indsætter vi 4.7 i 4.4c har vi sidst men ikke mindst:

$$\eta = -\frac{\sin \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) - \cos \delta_0 \sin \delta}{\cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin \delta_0 \sin \delta} \quad (4.9)$$

Vi noterer altså (4.5), (4.6), (4.8) og (4.9) som værende hovedresultaterne fra dette afsnit.

### 4.1.2 Sidste skridt: Pladeligningerne

Således har vi nu en relation mellem himmelkoordinaterne  $(\alpha, \delta)$  og pladekoordinaterne  $(\xi, \eta)$ , de sidste målt i enheder af brændvidden. Det, vi nu mangler, er en relation mellem  $(\xi, \eta)$  og den på CCDen målte position af en stjerne  $(x, y)$ . Relationen kan ikke bestemmes med tilstrækkelig præcision ud fra en fysisk analyse af teleskopet og CCDen. I stedet må en matematisk analyse føre til den ønskede udjævning af feltet.

Herunder vil vi gennemgå førsteordensleddene, som kan tilskrives en fysisk forklaring. Led af højere orden forbedrer det endelige resultat, men lader sig ikke umiddelbart fortolke fysisk.

**Skalering.**  $(\xi, \eta)$  er som sagt målt i enheder af brændvidden. Denne skalafaktor  $F$  giver anledning til:

$$\xi = x/F \quad \text{og} \quad \eta = y/F$$

**Forskydning.** Centrum af CCDen kan også være forskudt fra centrum af fokus, hvorved der opstår et konstantled:

$$\xi = x/F + \Delta x/F \quad \text{og} \quad \eta = y/F + \Delta y/F$$

**Rotation.** Ligeledes kan CCDen være roteret med en vinkel  $\theta$  i forhold til teleskopets koordinatsystem. Dette giver en opsplittning i begge komponenter:

$$\xi = (x \cos \theta + y \sin \theta)/F + \Delta x/F \quad \text{og} \quad \eta = (x \sin \theta - y \cos \theta)/F + \Delta y/F$$

Tillige kan der forekomme andre forvrængninger af billedet, f.eks. hvis CCDens normalvektor er 'tiltet' (vippet) i forhold til fokalvektoren. Dette giver anledning til nogle blandede led. Hertil kommer nogle højere-ordensled. Rækkeudvikles disse ikke-lineære led, ender en væsentlig del af bidraget i førsteordensleddene. Og det viser sig da også, at følgende relation giver en god udjævning af feltet:

$$\xi = ax + by + c \quad (4.10)$$

$$\eta = dx + ey + f \quad (4.11)$$

hvor  $x$  og  $y$  er stjernens pixelposition på pladen, og  $a, b, c, d, e$  og  $f$  er *pladekonstanterne*. Og således har vi nu opstillet et ligningssystem, som kan bringe os hele vejen fra himlen til CCDen.

## 4.2 Løsningsmetoder

### 4.2.1 De mindste kvadraters metode

Nu er det ‘bare’ at løse ligningerne 4.10 og 4.11, og således bestemme pladekonstanterne. Disse kan i sagens natur bestemmes eksakt vha. tre referencestjerner, hvis rektascension og deklination er kendt, idet vi jo har seks variable. Men det er ikke rimeligt at udregne positioner alene baseret på tre stjerner. Dels pga. måleusikkerhederne og eventuelle målefejl, men også pga. risikoen for, at forvrængninger i billedfeltet kan misfortolkes. Men man kan ikke umiddelbart løse et lineært ligningssystem med flere informationer, end der er brug for. Lad os tage et vilkårligt eksempel: Hvis man ved, at  $3x = 9$  er oplysningen  $4x = 12$  overflødig, og oplysningen  $4x = 11$  decideret i modstrid med den første oplysning. Hvad gør man så?

Vi betragter igen ligningerne 4.10 og 4.11, men da vi nu vil prøve at fitte  $n$  stjerner, har vi  $n$  ligninger, men stadig kun seks ubekendte:

$$\begin{aligned}\xi_i &= ax_i + by_i + c \\ \eta_i &= dx_i + ey_i + f\end{aligned}$$

hvor  $i = 1 \dots n$ . Vi indfører nu *residuerne*

$$\begin{aligned}r_{\xi,i} &= ax_i + by_i \\ r_{\eta,i} &= dx_i + ey_i\end{aligned}$$

Nu gælder det blot om at minimere *summen af kvadraterne af residuerne*

$$S = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (r_{\xi,i}^2 + r_{\eta,i}^2)$$

Når denne sum er *mindst mulig* har vi fundet den *bedste* løsning. Derfor kaldes denne metode da også *de mindste kvadraters metode*.<sup>1</sup>

Ved brug af denne metode, kan vi nu fitte  $n$  stjerner - jo flere, des bedre. Det er heldigvis lykkedes os at finde et felt med ikke mindre end 33 brugbare stjerner. Til at løse ligningssystemet for alle disse stjerner, vha. de mindste kvadraters metode, har vi benyttet et pascal-program ([14], s. 204). Kort fortalt løser programmet ligningssystemet ved invertering af matricer.

En ulempe ved denne metode er, at stjerner med store residuer kan give anledning til en forvrængning af feltet. Dem må man så fjerne manuelt fra fitningen. Normalt er det jo ikke så velset at forkaste materiale der afviger fra resten, men det, som vi her søger, er en brugbar løsning. Her ville det havde hjulpet meget med flere optagelser, da vi så kunne tjekke om eventuelle store residuer skyldes målefejl eller en egenskab ved forvriddningen af feltet. Vi fandt faktisk et par stjerner med voldsomt store residuer. Dem fjernede vi, da en nærmere undersøgelse viste, at deres positioner ikke lod sig bestemme entydigt vha. *imexamine*.

---

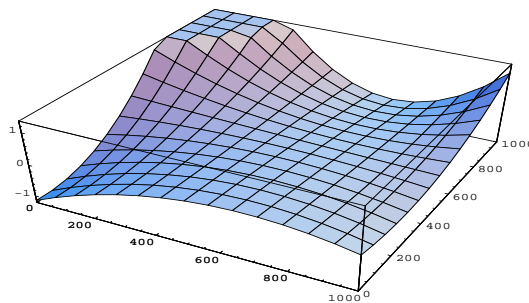
<sup>1</sup>For en grundigere gennemgang af de mindste kvadraters metode: se f.eks. [1], s. 729-735 eller [14], s. 201-204.

## 4.2.2 IRAF-jobbet `images.imcoords.cmap`

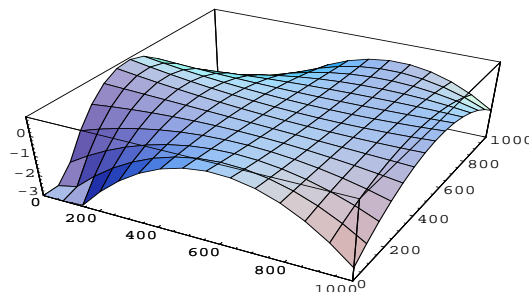
I begyndelsen af april, bedst som vi havde fået pascal-programmet til at køre, blev et længe ventet IRAF-job frigivet: `images.imcoords.cmap`. Jobbet giver mulighed for at vælge, hvilke fysiske faktorer man vil tage hensyn til under beregningerne. Man kan altså vælge at nøjes med at tage hensyn til forskydning, rotation, billedskala, etc., men vi har valgt at bruge indstillingen `fitgeometry = general`, som ganske enkelt tager højde for alle ovennævnte faktorer i et lineært fit, ligesom pascal-programmet. *Oveni* denne løsning kan `cmap` lægge et *forvrængningsled* (kaldet *distortion term* i hjælpefilen), som forsøger at fitte residuerne fra det lineære fit med et polynomium af vilkårlig orden. Det vidste sig dog, at dette ikke forbedrede vores løsning væsentligt. Derfor har vi nøjedes med at holde os til den simple løsning.

Man bør nok også træde varsomt ved brug af sådan interpolerede polynomier af højere orden. Man kunne forvente, at kvaliteten af interpolationen vokser med ordenen af polynomiet. Godt nok bliver det lettere at komme gennem alle kontrolpunkter (stjernerne), men samtidig udsætter man områder mellem kontrolpunkterne for mulig numerisk ustabilitet, da et polynomium af meget høj orden kan oscillere mellem kontrolpunkterne med meget store udsving grundet den høje orden. Faktisk har C. Runge vist, at fejlen mellem kontrolpunkterne vokser uendeligt for  $n \rightarrow \infty$ . Det man kan gøre for at undgå dette er at benytte *Spline-interpolation* ([10], s.949), som er et stykkevis interpoleret polynomium. Så i stedet for et polynomium af  $n$ te orden kan vi benytte  $n$  polynomier af lav orden.

Man skal dog altid sørge for at have referencestjerner fordelt over hele sit felt, da vingerne af et polynomium af  $n$ te orden jo vokser uhæmmet med  $x^n$  efter sidste kontrolpunkt.



Figur 4.2: 3. ordens polynomium-korrektion for rektascension.



Figur 4.3: 3. ordens polynomium-korrektion for deklination.

**Del II**  
**Praxis**

# Kapitel 5

## Reduktionen

### 5.1 Valg af felt og indsamling af data

Normalt når man skal til at kalibrere en ny CCD-chip på et nyt kamera, vil man naturligvis være i stand til at tage præcis de billeder, man har brug for. Og hvis man ikke fik nok første gang, kan man selvfølgelig bare tage nogle nye. Men så heldige var vi jo desværre ikke, da det kamera, vi kalibrerede, slet ikke eksisterede længere. Vi måtte derfor på jagt i arkiverne efter nogle brugbare optagelser. Her fik vi stor hjælp af Karl Augustesen, som supplerede os med lister over gamle optagelser. Desværre var mange af billederne optagelser af galakser eller galaksehobe, og for at vi kunne bruge billederne til noget, skulle der jo helst være stjerner på, og helst mange af dem. Til sidst lykkedes det: vi fandt (efter at have tjekket hele hele listen med Tycho-kataloget) et billede af M35 - en åben stjernehop i stjernebilledet Tvillingerne. Billedet indeholdt 57 Tycho-stjerner, af hvilke 33 viste sig brugbare. I fremtiden bør man nok oprette en elektronisk database, så man nemt kan indtaste nogle søgekriterier, og så få en liste over de eksisterende optagelser, der opfylder disse kriterier.

Som nævnt ovenfor har vi brugt Tycho/Hipparcos-kataloget til positionsbestemmelse af stjernerne i feltet. Det er samlet på en cd-rom, der hedder Celestia 2000. Da epokerne i et positionskatalog typisk er de enkelte stjerners observationstidspunkt, har vi været nødt til at tage hver enkelt stjernes rektascension og deklination og omregne dem til vores billedfelts optagelsestidspunkt. Desværre indeholder kataloget kun egenbevægelser for ca. 2/3 af de brugbare stjerner i vores felt, så vi måtte bare forsøge at få det bedste ud af de forhåndenværende data. Vi har dog manuelt fjernet stjerner, hvis egenbevægelser ikke er angivet i kataloget, og hvis residuer lå væsentligt over middel. Når vi har valgt at tage stjerner med små residuer med, selvom vi ikke kender deres egenbevægelse, gøres det under følgende overvejelser: Egenbevægelse bestemmes ud fra en gammel og en ny katalogposition. Når egenbevægelsen ikke er angivet i Tycho-kataloget skyldes det, at stjernen ikke har været registreret før. Dette skyldes ofte at stjernen har en lille tilsyneladende størrelsesklasse. Som oftest skyldes dette, at stjernen er så langt væk, at vi kan antage, at dens egenbevægelse er lille.

Men til reduktionen skulle vi jo også bruge biasoptagelser, darkframes og flatfields. Her var vi såmænd også så heldige at finde både bias- og dark-optagelser, men flatfields var der ingen af. De eneste flatfields, vi kunne finde, som var taget med Schmidt-teleskopet, var hos Bodil Helt. Hun havde nogle flat-optagelser, men desværre ikke i rå form. De var allerede fratrukket bias og mørkestrøm, og de var faktisk også både midlede og normaliserede.

Det har vist sig, at samtlige optagelser har en meget lys kolonne. Vi havde regnet med, at denne var et fast offset, der ville forsvinde ved bias-subtraktionen. Men det viste sig hurtigt, at dette ikke var tilfældet. Intensiteten voksede med eksponeringstiden, og var ydermere forskellig fra optagelse til optagelse. Vi valgte derfor helt at se bort fra denne, for som vores vejleder Ole Einicke sagde: "er der ingen grund til at jage spøgelse"

fra fortiden.” Kameraet er jo forlængst blevet taget ud af brug.

## 5.2 Fremgangsmåde - skridt for skridt

Her vil vi kort gennemgå skridtene i reduktionen med lidt forklaring til valg af parametre. Vi benytter os af at opskrive billederne i en listefil, som kaldes @listefil.

1. Først midlede vi vores biasoptagelser ved brug af `combine`. Dette gøres for at sænke standardafvigelsen. Man kan sænke denne yderligere ved at sætte metoden for midling til `median` i stedet for `average`. Hvis headeren er sat ordentligt op, kan `zerocombine` benyttes. Kommandolinien er:

```
:/> combine @zerolist biascomb combine=median reject=avsigclip  
nkeep=4 nlow=1 nhigh=1
```

Output er, som det ses, filen `biascomb`.

2. Denne biasfil trækker vi fra alle vores optagelser med `imarith`. Kommandolinien er:

```
:/> imarith @darklist - biascomb @darkbiaslist
```

Og ligeledes for @sciencelist og @flatlist. Vi havde dog ingen @flatlist, da vores flatfield-optagelser allerede var blevet reduceret.

3. Herefter kombineres dark-optagelserne. Kommandolinien er:

```
:/> combine @darkbiaslist darkcomb combine=median reject=avsigclip  
nkeep=3 nlow=1 nhigh=1
```

4. Vores kombinerede darkfil skal skaleres til vores scienceoptagelse. Kommandolinien er:

```
:/> imarith darkcomb / 200 darkcombunit  
:/> imarith darkcombunit * 300 darkcombscaled
```

5. Så fjernes mørkestrømmen fra science-optagelserne. Kommandolinien er:

```
:/> imarith @sciencebiaslist - darkcombscaled @sciencebiasdarklist
```

På samme måde fjernes mørkestrømmen fra flatfield-optagelserne.

6. Nu normaliseres flatfield-optagelserne ved at dividere hver pixelværdi med gennemsnittet af samtlige pixelværdier. Kommandolinien er:

```
:/> imarith @flatbiasdarklist / 27345 @flatbiasdarknormlist
```

7. Denne liste kombineres som før, og som sidste skridt divideres den reducerede science-liste med det normaliserede, kombinerede flatfield-billede. Kommandolinien er:

```
:/> imarith @sciencebiasdarklist / flatbiasdarknorm
```

# Kapitel 6

## Løsninger

### 6.1 Løsning ved hjælp af pascal-program

Som inputfil skal programmet bruge en tekstfil, hvori man anfører referencestjernernes pixelpositioner på pladen og deres rigtige positioner  $(\alpha, \delta)$ . Ud fra dette beregner programmet de seks pladekonstanter og tjekker samtidig sin egen nøjagtighed ved at angive residuerne fra udregningerne som det antal buesekunder, hver enkelt referencestjerne afviger fra den korrekte position. Formatet for inputfilen er:

Nr.	$x$	$y$	$\alpha$			$\delta$		
	[pixels]	[pixels]	[h	m	s]	[°	'	"]
03	-242.10	-334.76	06	09	26.08	24	25	48.2
04	-290.13	+101.62	06	08	33.36	24	26	59.3
05	-300.18	+193.61	06	08	22.21	24	27	15.5

hvor det første tal er stjernens nummer eller navn, derefter stjernens x- og y-position i pixels, derefter rektascension (h, m, s) og deklination ( $^{\circ}$ ,  $'$ ,  $''$ ). Læg mærke til, at vi har måttet trække 512 fra alle pixelpositioner, idet programmet forventer at centrum af pladen har koordinaterne  $(0, 0)$ . Baseret på dette genererer programmet en outputfil, og resultaterne kan ses i bilag A. Gennemsnittet af residuerne ved løsning med pascal-programmet er, med spredning:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{\alpha} &= 0,01114 & \sigma_{r_{\alpha}} &= 0,61646 \\ \bar{r}_{\delta} &= 0,01618 & \sigma_{r_{\delta}} &= 0,35788 \end{aligned}$$

Gennemsnittene af de numeriske værdier af residuerne  $\langle |r_i| \rangle$  ligger på  $0,48''$  i  $\alpha$  og  $0,22''$  i  $\delta$ . Sammenholdt med billedskalaen svarer dette til

$$\begin{aligned} \frac{0,48'' \pm 0,38}{1,65''/\text{pixel}} &= 0,29 \pm 0,23 \text{ pixel} \\ \frac{0,22'' \pm 0,28}{1,65''/\text{pixel}} &= 0,13 \pm 0,17 \text{ pixel} \end{aligned}$$

hvilket altså er vores beregningers grænse for nøjagtighed på CCDen i  $\alpha$  og  $\delta$ , henholdsvis.

Det er interessant, at det eksempel, der gives i [14], s. 204-210, frembringer residuer typisk en faktor 10 højere end vores. Det er tydeligt, at vores referencestjernepositioner er væsentligt mere nøjagtigt bestemt end deres.

### 6.2 Løsning ved hjælp af IRAF

Inputfilen til ccmmap udformes på næsten samme måde som til pascal-programmet:

$\alpha$	$\delta$	$x$	$y$
[h : m : s]	[° : ' : '' ]	[pixels]	[pixels]
06:09:00.85	24:21:53.8	410.10	387.66
06:08:54.14	24:22:09.3	399.92	443.02
06:08:32.18	24:21:23.8	425.42	625.72

Som output genererer `ccmap` to filer, nemlig en databasefil, hvor pladekonstanter og andre karakteristika er angivet, og en resultatfil, hvor stjernernes positioner er beregnet. Desuden kan man vælge at få skrevet løsningen ind i image-headeren. Senere kan man med `cctrans` omregne nye stjerners position fra denne løsning. Udfra resultatfilen (se bilag B) ses det, at resultatet ikke er helt identisk med pascal-programmets, hvilket kunne tyde på, at `ccmap` benytter en anden metode end de mindste kvadraters. Gennemsnittet af residuerne ved den simple IRAF-løsning er, med spredning:

$$\begin{aligned}\bar{r}_\alpha &= 0,02857 & \sigma_{r_\alpha} &= 0,58920 \\ \bar{r}_\delta &= 0,00261 & \sigma_{r_\delta} &= 0,35754\end{aligned}$$

Ligesom for pascal-løsningen har vi sammenholdt gennemsnittene af de numeriske værdier af residuerne på  $0,44''$  i  $\alpha$  og  $0,22''$  i  $\delta$  med billedskalaen. Dette svarer til

$$\begin{aligned}\frac{0,44'' \pm 0,34}{1,65''/\text{pixel}} &= 0,27 \pm 0,21 \text{ pixel} \\ \frac{0,22'' \pm 0,28}{1,65''/\text{pixel}} &= 0,13 \pm 0,17 \text{ pixel}\end{aligned}$$

hvor nøjagtigheden i  $\alpha$  er en anelse bedre end med pascal-løsningen, mens nøjagtigheden i  $\delta$  er den samme.

### 6.2.1 IRAFs polynomiumsløsning

Vi foretog også en gennemkørsel med den foromtalte polynomiumsløsning, som “finpudser” af residuerne. Efter denne gennemkørsel fik vi følgende gennemsnit af residuerne, med spredning:

$$\begin{aligned}\bar{r}_\alpha &= 0,00304 & \sigma_{r_\alpha} &= 0,58970 \\ \bar{r}_\delta &= 0,00004 & \sigma_{r_\delta} &= 0,23142\end{aligned}$$

Som det ses på spredningerne er løsningen pænere, men ikke meget. Af frygt for polynomiets opførsel i lavt populerede områder af feltet, ville vi nok ikke vælge denne løsning for at få så lille en gevinst. Vi har nemlig slet ingen referencestjerner i hjørnerne af vores felt, og det ses tydeligt på det bagerste hjørne af grafen på fig. 4.2. For at kunne stole på en polynomiumsløsning skal vi bruge mange flere optagelser.

# Kapitel 7

## Konklusion

Vi har nået vores mål. Vi har bestemt de astrometriske feltkorrektioner for det gamle Schmidt-kamera i Brorfelde. Feltkorrektionerne i sig selv er for så vidt ikke sælig interessante - kameraet er jo taget ud af drift. Men vi har nu kendskab til hele processen, fra tilblivelsen af CCD-kameraet til det er klart til anvendelse for astrometriske målinger. Vi har været med til at teste og kalibrere det nye CCD-kamera. Vi har lært at reducere billeder taget med et CCD-kamera vha. bias-, mørke- og flatfield-optagelser. Vi har brugt IRAF, SAOimage og Tycho-kataloget til at finde pixel- og katalogpositioner for stjernerne i vores felt. Og sidst, men ikke mindst, har vi brugt IRAF og et pascal-program til at finde de astrometriske feltkorrektioner for CCD-kameraet.

Som vi har set, er der temmelig god overensstemmelse imellem resultaterne fra pascal-programmet og `ccmap`. Sidstnævnte gav imidlertid de bedste resultater, og da jobbet samtidig er en del af IRAF, kan dette gøre det videre arbejde lettere, da det er nemt at anvende løsningerne fra `ccmap` i andre IRAF-job.

Hovedformålet med vores projekt var som sagt, at bestemme de astrometriske feltkorrektioner for CCD-kameraet i Brorfelde. Disse er således, iflg. pascal-løsningen:

$$\begin{aligned}\xi &= -0,0000000865 \cdot x + 0,0000079823 \cdot y + 0,0009283787 \\ \eta &= -0,0000079867 \cdot x - 0,0000000899 \cdot y - 0,0002736258\end{aligned}$$

- og iflg. IRAF-løsningen:

$$\begin{aligned}\xi &= -0,0000000876 \cdot x + 0,0000079823 \cdot y + 0,002908744 \\ \eta &= -0,0000079864 \cdot x - 0,0000000859 \cdot y - 0,003957927\end{aligned}$$

$\xi$  og  $\eta$  kan så sættes ind i ligningerne 4.5 og 4.6, og således kan positionen for en vilkårlig stjerne på billedet bestemmes. Disse løsninger skal naturligvis tages med et gran salt, da de kun er baseret på et enkelt billede. Ved bestemmelse af de astrometriske feltkorrektioner for det nye CCD-kamera, skal man nok regne med at bruge *mange* billeder. Resultaterne er også behæftet med yderligere fejl, da kataloget kun angav egenbevægelser for 2/3 af vores stjerner.

Læg i øvrigt mærke til, at konstantleddene i de to løsninger afviger væsentligt fra hinanden. Dette skyldes, at IRAF regner nederste, venstre hjørne af billedet som nulpunkt, mens pascal-programmet lægger  $(0,0)$  i centrum af billedet.

### Perspektiv

Det bliver spændende fortsat at følge arbejdet med den nye CCD, og se, om den kan leve op til de forventninger, der er stillet i forbindelse med det nye katalog. Kan det gå helt ned til 16. størrelsesklasse? Og kan det levere den fornødne præcision?

# Efterskrift

## Det nye kamera

Vi var så heldige, at vi fik lejlighed til at overvære de allerførste tests af den nye CCD. De blev foretaget af Anton Norup Sørensen og Preben Nørregaard, og foregik i et særligt rum med overtryk, sluseadgang og støvabsorberende måtter for at undgå, at støv skulle ødelægge de fine instrumenter. Da alt var sat op, og der skulle gøres klar til at eksponere CCDen for første gang, opdagede vi, at filtrene var temmelig snavsede. Det var nødvendigt at skille hele kameraet ad for at få filterhjulet ud, så filtrene kunne renses med etanol. Ærgerligt, men også lærerigt, idet vi nu fik mulighed for at se opbygningen af kameraet.

CCD-detektoren er anbragt i et lille hus med en rude af kvarts, som lyset kan trænge igennem. På denne måde er det nemt at anbringe CCDen i et vakuum. Ovenpå CCD-huset er anbragt den kombinerede filter-lukker-mekanisme. Den består af et lukkerhjul med et hul, og et filterhjul med seks huller, hvori der i de fem er anbragt filtre med forskellige transmissionsbølgelængder. En stepmotor griber med et lille tandhjul fat i filterhjulets yderkant. På undersiden af lukkerhjulet er anbragt et lille tandhjul, som bliver drevet af filterhjulets yderkant. Gearingen er sådan, at hver gang filterhjulet drejer en omgang, drejer lukkerhjulet seks. Dette medfører, at det er muligt at eksponere CCDen med et vilkårligt filter. På filterhjulet er monteret en lille magnet, så man vha. en føler kan nulstille hjulene. Den måde hvorpå lukkerhullet glider ind over CCDen, giver anledning til uensartede eksponeringstider for forskellige områder af CCDens overflade. Men bevægelsen foregår trods alt så hurtigt, at dette kun er et problem ved meget korte eksponeringstider.

På dette tidspunkt undrede det os, hvorfor man har valgt at genbruge filterhjulet fra det gamle kamera, når åbningen er mindre end den nye CCDs areal. Med det gamle filterhjul vil hjørnerne af CCDen aldrig blive eksponeret. Desuden er filtrene temmelig slidte. CCDens pris taget i betragtning, kan det virke ulogisk, at man ikke også har valgt at investere i nye filtre.

Styring af optagelserne foregår med programet BIAS - Brorfelde Image Acquisition System. Kommandoer indtastes fra en kommandoprompt, og eksponeringsresultater vises direkte under udlæsning i et SAOimage-vindue. Anton Norup Sørensen gav os en kort gennemgang af programmet, således at vi nu kender de mest grundlæggende kommandoer til betjening af kameraet.

@MINI	initialiserer stepmotoren
@FILT x	skifter til filter nr. x
EXP x	eksponerer CCDen i x sekunder
FILENAME x	tildeler filnavnet x til billedet
SAVE	gemmer billedet under det tildelte filnavn

Da CCDen var blevet monteret i kameraet, var det tid til at teste det. Først lavedes biasoptagelser. Disse viste en svag tendens til at pixels, der var blevet oplyst pga. kosmiske events, fik en lille hale på. Denne effekt skyldes en dårlig udlæseteknik, idet en for hurtig udlæsning ikke får alle elektronerne i en celle med, så der ligger nogle tilbage

til næste gang, cellen skal udlæses. Dette problem blev næsten løst ved udskiftning af et par kondensatorer. Næste test var mørkeoptagelser for at bestemme størrelsen af mørkestrømmen. Umiddelbart så det meget fornuftigt ud; standardafvigelsen var lidt høj - ca. 12 til 13 ADU - og umiddelbart så der ud til at være noget struktur i billedet. Dette blev af de mere erfarne udlagt som en form for elektronisk interferens, dvs. støj fra noget elektronik. Måske ville en bedre afskærmning kunne løse dette problem. Dernæst var det nederste venstre hjørne af billedet stærkt overeksponeret i forhold til resten af billedfladen. Dette skyldtes udlæseforstærkeren, som - under udlæsning - skal bruge en forsyningsspænding på 15V. Under eksponering holdes pixlerne på 10V. Forskellen imellem disse trækker elektroner op i ledningsbåndet på de pixler, der ligger tæt på forstærkeren. Dette problem blev forsøgt løst ved at sænke forstærkerspændingen til 10V under eksponering. Umiddelbart efter endt eksponering øges den igen til 15V. Dette sker ikke øjeblikkeligt, hvilket resulterer i at bias-offsettet stiger jævnt hen over de første to-tre udlæste kolonner, indtil forstærkerspændingen har stabiliseret sig på 15V. Dette problem kan måske løses ved at vente ca. 1 sek. med at udlæse CCDen efter endt eksponering. Så får man selvfølgelig et sekunds ekstra dark-optagelse med, men de relativt lange eksponeringer og CCDens lave temperatur taget i betragtning, regnes dette ikke som noget praktisk problem.

Da den første flatfield-optagelse blev foretaget, viste et nyt problem sig. For at skærme CCDen fra filter-lukker-mekanismen sidder CCDen og kigger ud gennem et lille rør, ca. 6 cm langt, og formet som en keglestub. Rørets inderside er riflet og belagt med en mat, ru maling for at minimere refleksioner. Men da den første flatfield-optagelse tonede frem på skærmen, domineredes billedet klart af en stor 'flare' lige i midten, som det lille rør hurtigt fik skylden for. Senere viste det sig at fejlen snarere skyldtes at kanterne af selve CCD-detektoren var belagt med guld, som på en eller anden måde reflekterede lyset ind på midten af chippen. Kanterne blev beklædt med sort tape, og problemet blev reduceret til et acceptabelt niveau.

På dette tidspunkt blev vi desværre nødt til at forlade arbejdet med det nye kamera, da rapporten skulle skrives. Men vi har imidlertid hørt, at kameraet er blevet færdigt, og er ved at blive monteret på teleskopet i Brorfelde. På baggrund af dette bachelorprojekt ser vi - i første omgang - frem til de første "rigtige" optagelser med det nye kamera. På længere sigt bliver det spændende at se, om kameraet kan leve op til forventningerne forbundet med det kommende projekt med udarbejdelse af et nyt detaljeret positionskatalog.

# Bilag A

## Resultater fra pascal-programmet

### Pladekonstanter:

$$a = -0,0000000865 \quad b = 0,0000079823 \quad c = 0,0009283787$$

$$d = -0,0000079867 \quad e = -0,0000000899 \quad f = -0,0002736258$$

### Gennemsnit og spredning af residuer:

$$\bar{r}_\alpha = 0,01114 \quad \sigma_{r_\alpha} = 0,61646$$

$$\bar{r}_\delta = 0,01618 \quad \sigma_{r_\delta} = 0,35788$$

### Beregningsresultater:

Nr.	$x$ [pixels]	$y$ [pixels]	$\xi$	$\eta$	$\alpha$ [h m s]	$\delta$ [° ' "]	$r_\alpha$ "	$r_\delta$ "
01	-373.9	-366.3	-0.00196	0.00275	6 9 29.67	24 29 26.044	0.39105	0.44383
02	-373.3	-196.1	-0.00060	0.00273	6 9 09.13	24 29 22.144	0.46969	0.04364
03	-242.1	-334.8	-0.00172	0.00169	6 9 26.02	24 25 48.460	-0.81237	0.25997
04	-290.1	101.6	0.00176	0.00203	6 8 33.34	24 26 59.481	-0.30989	0.23132
05	-300.2	193.6	0.00250	0.00211	6 8 22.24	24 27 14.184	0.38352	-1.31611
06	-190.8	-225.4	-0.00085	0.00127	6 9 12.90	24 24 21.977	0.05512	0.22698
07	-225.2	17.0	0.00108	0.00152	6 8 43.64	24 25 14.129	-0.85240	0.41941
09	-170.1	-99.6	0.00015	0.00109	6 8 57.76	24 23 45.690	-0.22231	0.00036
10	-183.6	48.2	0.00133	0.00119	6 8 39.93	24 24 04.959	-0.33279	-0.00072
11	-133.4	-336.9	-0.00175	0.00082	6 9 26.41	24 22 49.394	-0.47098	-0.09606
13	-107.7	-270.6	-0.00122	0.00061	6 9 18.45	24 22 05.966	0.04344	0.06559
14	-124.4	-182.1	-0.00051	0.00074	6 9 07.77	24 22 31.819	0.92163	0.25993
16	-101.9	-124.3	-0.00006	0.00055	6 9 00.84	24 21 53.734	-0.20150	-0.06574
17	-112.1	-69.0	0.00039	0.00063	6 8 54.15	24 22 09.471	0.15130	0.17072
18	-86.6	113.7	0.00184	0.00041	6 8 32.17	24 21 23.922	-0.30500	0.01200
19	-10.5	-431.7	-0.00252	-0.00015	6 9 37.98	24 19 28.604	-0.58779	-0.15649
21	-4.1	-287.7	-0.00137	-0.00022	6 9 20.64	24 19 15.565	1.39256	-0.04486
22	206.2	-498.1	-0.00307	-0.00188	6 9 46.22	24 13 32.693	0.14342	-0.02699
23	230.7	-491.1	-0.00301	-0.00207	6 9 45.41	24 12 52.168	0.64684	0.19816
25	64.7	-65.1	0.00040	-0.00078	6 8 53.92	24 17 18.159	1.46265	-0.54100
26	136.9	-65.7	0.00039	-0.00136	6 8 54.08	24 15 19.296	0.05063	0.19607
27	209.9	-62.5	0.00041	-0.00194	6 8 53.80	24 13 18.930	-0.81330	-0.13018
28	211.3	-10.2	0.00083	-0.00196	6 8 47.51	24 13 15.711	-0.68506	0.04115
29	262.9	22.5	0.00109	-0.00238	6 8 43.64	24 11 49.979	-0.06322	-0.00123
30	174.0	439.5	0.00442	-0.00170	6 7 53.32	24 14 07.891	0.75594	0.70095
31	355.3	-436.4	-0.00259	-0.00307	6 9 38.96	24 09 26.036	-0.31207	-0.12398
32	481.9	-1.3	0.00088	-0.00412	6 8 46.79	24 05 49.701	-0.33878	-0.37938
33	335.2	307.0	0.00335	-0.00298	6 8 09.52	24 09 45.167	-0.16930	0.05653

# Bilag B

## Resultater fra IRAF

### Pladekonstanter:

$$a = -0,0000000876 \quad b = 0,0000079823 \quad c = 0,002908744$$

$$d = -0,0000079864 \quad e = -0,0000000859 \quad f = -0,003957927$$

### Gennemsnit og spredning af residuer:

$$\bar{r}_\alpha = 0,02857 \quad \sigma_{r_\alpha} = 0,58920$$

$$\bar{r}_\delta = 0,00261 \quad \sigma_{r_\delta} = 0,35754$$

### Beregningsresultater:

$x$ [pixels]	$y$ [pixels]	$\alpha$ [h:m:s]	$\delta$ [°:':"]	$r_\alpha$ "	$r_\delta$ "
138.150	145.670	6:09:29.664	24:29:25.97	-0.330	-0.375
138.700	315.920	6:09:09.131	24:29:22.09	-0.419	0.014
269.900	177.240	6:09:26.017	24:25:48.41	0.860	-0.207
221.870	613.620	6:08:33.342	24:26:59.45	0.336	-0.202
211.820	705.610	6:08:22.237	24:27:14.16	-0.362	1.341
321.230	286.590	6:09:12.899	24:24:21.94	-0.019	-0.186
286.830	528.980	6:08:43.637	24:25:14.10	0.877	-0.391
341.860	412.440	6:08:57.758	24:23:45.66	0.249	0.030
328.450	560.190	6:08:39.932	24:24:04.94	0.352	0.023
378.620	175.080	6:09:26.410	24:22:49.35	0.508	0.138
404.280	241.390	6:09:18.451	24:22:05.93	-0.012	-0.030
387.630	329.900	6:09:07.764	24:22:31.78	-0.894	-0.229
410.100	387.660	6:09:00.834	24:21:53.71	0.224	0.091
399.920	443.020	6:08:54.150	24:22:09.45	-0.131	-0.148
425.420	625.720	6:08:32.171	24:21:23.91	0.312	-0.004
501.480	80.310	6:09:37.975	24:19:28.57	0.620	0.193
507.900	224.260	6:09:20.643	24:19:15.54	-1.370	0.071
718.190	13.890	6:09:46.223	24:13:32.67	-0.127	0.046
742.720	20.920	6:09:45.405	24:12:52.15	-0.633	-0.182
576.710	446.910	6:08:53.917	24:17:18.15	-1.459	0.545
648.870	446.320	6:08:54.084	24:15:19.30	-0.053	-0.199
721.900	449.460	6:08:53.803	24:13:18.94	0.804	0.120
723.250	501.790	6:08:47.507	24:13:15.73	0.673	-0.055
774.910	534.500	6:08:43.641	24:11:50.00	0.044	-0.020
685.980	951.490	6:07:53.327	24:14:07.93	-0.791	-0.741
867.300	75.650	6:09:38.964	24:09:26.04	0.311	0.124
993.890	510.750	6:08:46.796	24:05:49.74	0.302	0.338
847.190	818.950	6:08:09.521	24:09:45.21	0.128	-0.104

# Litteratur

- [1] Adams, Robert A.: “Calculus”, Third Edition, *Addison-Wesley Publishers Limited* (1995)
- [2] Andersen, Johannes: “Undersøgelse af de astrometriske og fotometriske feltkorrektioner for astrofotografier optaget med Brorfelde-observatoriets Schmidt-teleskop” (1968)
- [3] Barnes, Jeannette: “A beginners Guide to Using IRAF”, *DRAFT* (1993)
- [4] Christensen, Lars L., Milvang-Jensen, Bo & Linden-Vørnle, Michael J.D.: “NeST Manual Med henblik på Fysik 1 Frie Øvelser” (1996)
- [5] Helt, Bodil E.: “Notes for Introduction to IRAF at AO” (1998)
- [6] Jaffe, Walter: “Astronomical Images - Data for a course in astronomical image processing”
- [7] Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M. & Donner, K.J.: “Fundamental Astronomy”, Second Enlarged Edition, *Springer Verlag* (1994)
- [8] Kaufmann, William J.: “Universe”, Fourth Edition, *W.H.Freeman and Company* (1994)
- [9] Kitchin, C.R.: “Astrophysical Techniques”, *Institute of Physics Publishing* (1998)
- [10] Kreuzzig, Erwin: “Advanced Engineering Mathematics”, Seven Edition *Wiley & sons* (1993)
- [11] Larsen, Søren S.: “Noter til kursus om CCD”
- [12] Massey, Philip: “A User’s Guide to CCD Reduction with IRAF” (1992)
- [13] Massey, Philip & Davis, Lindsey E.: “A User’s Guide to Stellar CCD Photometry with IRAF” (1992)
- [14] Montenbruck, O. & Pfleger, T.: “Astronomy on the Personal Computer”, *Springer Verlag* (1989)
- [15] VanHilst, M.: “User Manual for SAOimage” (1991)